

16.11.99

Com as régua, descobrimos hoje:



$$4 \times 1 = \boxed{4}$$



$$4 \times 2 = \boxed{8} = 2 \times 4$$



$$4 \times 3 = \boxed{12} = 3 \times 4$$
$$= 6 \times 2$$
$$= 2 \times 6$$



$$4 \times 4 = \boxed{16} = 8 \times 2$$
$$= 2 \times 8$$



$$4 \times 5 = \boxed{20} = 10 \times 2$$
$$= 2 \times 10$$



$$4 \times 6 = \boxed{24} = 6 \times 4 = 8 \times 3$$
$$= 3 \times 8 = 2 \times 12$$



$$4 \times 7 = \boxed{28} = 7 \times 4$$

Explorar o material Cuisenaire

Pascal Paulus

As operações básicas com o
Material Cuisenaire

Explorar o material Cuisenaire

Proposta de sessão de trabalho de 6 horas:

Valor do número e outras convenções (30 minutos)

Investigação: decomposição de 1 até 10 (60 minutos)

Nos primeiros anos: preparação com os amigos (90 minutos)

Famílias de números: representação linear ... (90 minutos)

... e no plano: primos, quadrados e rectângulos (60 minutos)

Subir ao espaço: a potência (30 minutos)

© Pascal Paulus - Carnaxide, 1998

Índice

Introdução.....	7
Convenções.....	11
Valor do número representado pelo tamanho - relações entre réguas.....	11
Outras convenções.....	12
Investigação.....	15
Decomposição dos números 1 até 10.....	15
Nos primeiros anos: preparação com os amigos.....	19
O número invisível 0.....	22
Mais exercícios lineares.....	23
Famílias de números.....	25
Representação linear.....	25
... no plano: primos, quadrados e rectângulos.....	26
... e subir ao espaço. da multiplicação chegamos à potência.....	29
Notas finais.....	33

31.00

Hoje descobrimos:

$$732 = 700 + 30 + 2$$

$$= 7 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1$$

$$= 7 \text{ centenas} + 3 \text{ dezenas} + 2 \text{ unidades}$$

Temos de:

$$7C + 3D + 2U = 732$$

e escrever

C	D	U
7	3	2

tabela de Pitágoras

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		3							
2	4	6		12	16	46	18		
3	3	6	9	12	15	18	21	24	30
4				12	16	20	24	28	32
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6				18	24	30	36		
7	14	21	28	35					
8	16	24			40				
9	18	27	36	45					
10			30	40					

Linha dos quadrados

O prédio dos números

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

tabela de Pitágoras

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90

Linha dos quadrados

Introdução

O material aqui apresentado foi desenvolvido por Georges Cuisenaire, um professor de ensino primário na cidade de Thuin, Bélgica. Este professor concebeu o material a partir de régua graduada e caixas de aritmética, perante a constatação que muitas crianças precisam dum apoio estruturado para aprender melhor a aritmética.

60 anos mais tarde, a comunidade de professores de matemática americana recomenda nas suas normas para o ensino da matemática, a utilização de material concreto para a exploração de situações de matemática até ao 10º ano de escolaridade!

O material Cuisenaire, ou régua de cor, tem a vantagem em relação a outros materiais de apoio, de representar os números como entidades e não como o resultado de uma contagem contínuo.

Este material, como qualquer outro, não resolve em si as dificuldades dos alunos. É gerador de intercâmbio. Só se consegue explorar muitos aspectos das propriedades dos números naturais

Introdução

através de discussões entre alunos e professor. Neste contexto, o material é um apoio fundamental.

As propostas de trabalho descritas são resultante da minha própria prática, em que sempre tenho grande preocupação evitar uma forma transmissiva de ensinar, privilegiando um trabalho participativo. Normalmente, utilizo vários tipos de material ao mesmo tempo. Muitas das provocações iniciais foram tiradas de:

- Trapje op, trapje af, De Herdt, Calozet
- Matématique avec les nombres en couleur - Matériel Cuisenaire Caleb Gategno, éd Delachaux et Niestlé.
- Huppel, Ann e Omer Mogensen, De sikkel, Antwerpen.

Algumas notas de enquadramento foram retiradas do livro de Cécile Robichaud, “L’efficience des Réglettes Cuisenaire”, éd Delachaux et Niestlé

Tentarei mostrar nas propostas de trabalho que seguem que vale a pena tirar as caixas Cuisenaire dos armários, utilizando as réguas para mais do que para fazer os exercícios de construção e de agrupamento sem fim e agrupamentos em conjuntos para as quais não foram inicialmente concebidas.

De facto, quando o material começou a proliferar, foi se também perdendo gradualmente à concepção que está por trás dele.

Seria pena condená-lo a exploração livre e rudimentar por crianças da idade do Jardim de Infância, só porque os Educadores de





Infância e os professores do Ensino Básico deixaram de saber trabalhar com ele.



Convenções

Valor do número representado pelo tamanho - relações entre régua

Escolhendo uma régua de cada cor / tamanho, torna-se logo evidente que conseguimos estabelecer uma relação inequívoca entre o tamanho e a cor:

Se 1 é representado por	
então 2 é representado por	
então 3 é representado por	
então 4 é representado por	
então 5 é representado por	
então 6 é representado por	
então 7 é representado por	
então 8 é representado por	
então 9 é representado por	
então 10 é representado por	

O valor atribuído à primeira régua determina portanto o valor das outras. As relações entre as régua não mudam. Tanto vale dizer que o verde escuro equivale duas vezes o verde claro, como dizer

Convenções

que 6 equivale duas vezes 3, como 60 equivale duas vezes 30, o que se pode visualizar se se atribui o valor 10 à régua branca.

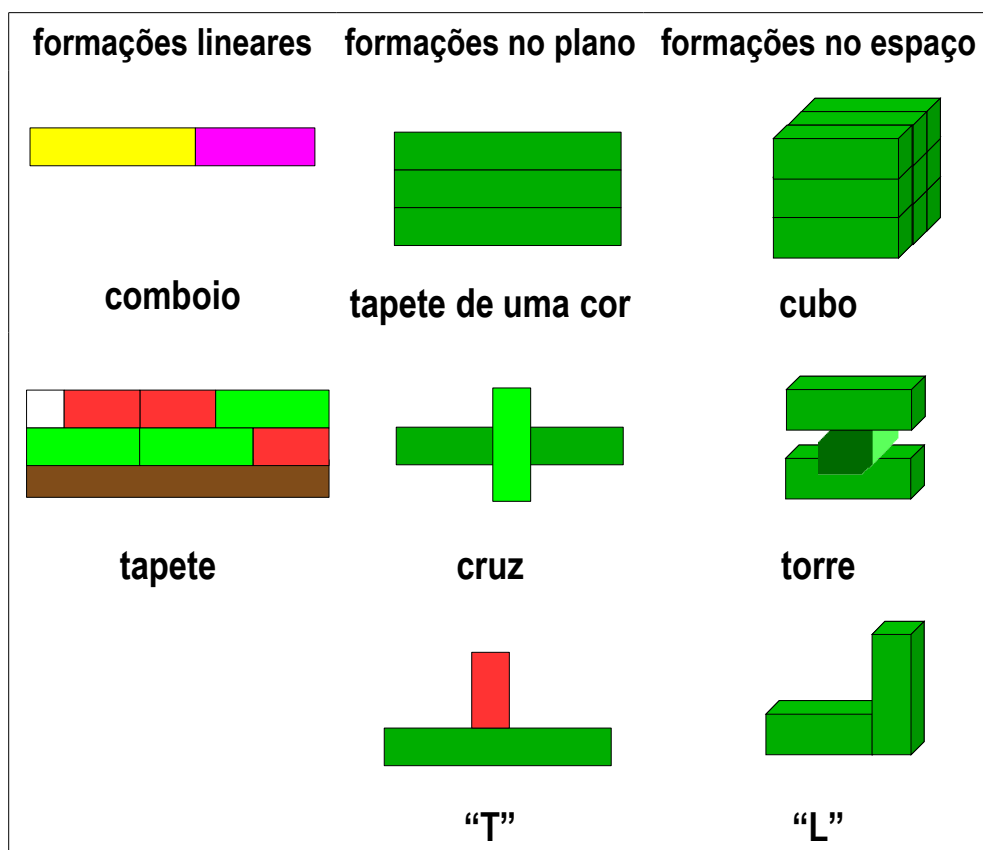
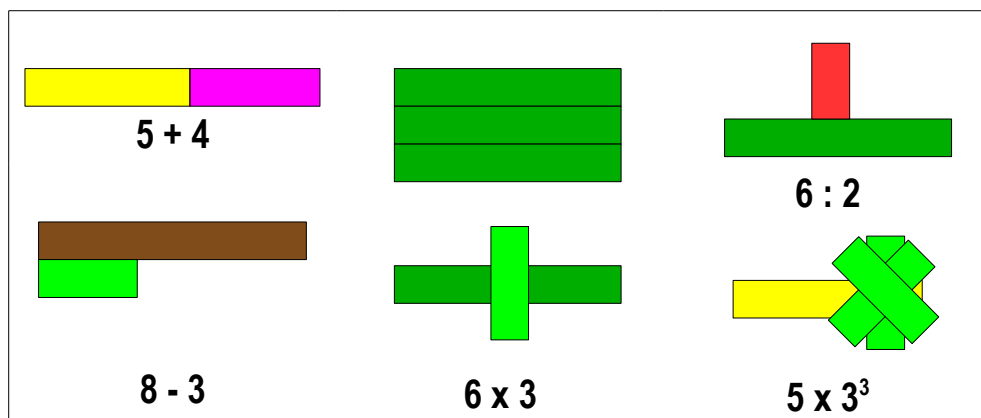
Observamos agora as régua todas. Será que podemos descobrir algumas relações entre os valores representados por um só algarismo? Experimentamos.

Talvez chegaram à uma proposta muito parecida como a proposta inicial de Cuisenaire, inspirado pela tonalidade musical:

- Família castanha: 2, 4, 8
- Família verde: 3, 6, 9
- Família preta: 7
- Família amarela: 5 e 10)
- O 1 é branco: a ausência de cor (indicando a sua neutralidade) torna-o integrável em qualquer uma das famílias.

Outras convenções

Existe uma representação e uma linguagem própria, utilizado por muitos professores que introduzem as régua de Cuisenaire na sua prática. Esta linguagem não é obrigatória, obviamente, mas facilita a troca entre turmas correspondentes por exemplo, ou simplesmente entre grupos de alunos e adultos que utilizam o material.

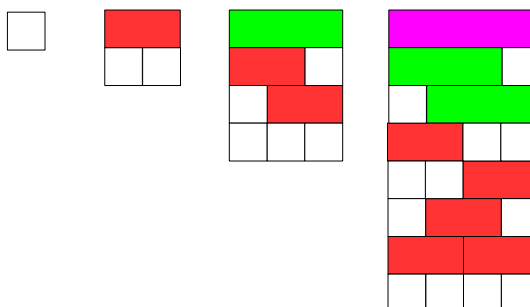


Investigação.

Decomposição dos números 1 até 10

Fixamos novamente:

1. **um tapete**: um conjunto de filas de réguas em que o comprimento de cada uma das filas é igual.
2. **um comboio**: uma fila de réguas (podemos falar de um comboio de x carruagens)



E juntamos às nossas definições:

3. **os amigos dum valor**: o tapete em que os comboios têm no máximo 2 carruagens.

Vamos decompôr os números:

Investigação.

Construímos tapetes de 1, 2, 3, 4:

Quantos comboios é que conseguimos?

Quantos serão para 5?

Quantos para 6, para 7, ...

Escrevemos as nossas descobertas:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	?	?	?	?	?	?

Tabela 1: Quantos comboios para cada número?

Será que descobrimos quantas decomposições são possíveis para a régua laranja, sem fazer todos os comboios?

Aliás, convém descobrir a regra. Porque se não, precisaremos de muitas régua para poder formar os tapetes possíveis.

Para calcular todas as régua necessárias, poderá se fazer uma tabela de duas entradas (ver tabela 2)

Esta tabela pode ser construída a partir de uma regra (não tão simples). Assim poderá descobrir que só para o tapete dez serão preciso 1536 blocos brancos e (claro!) só uma régua laranja.

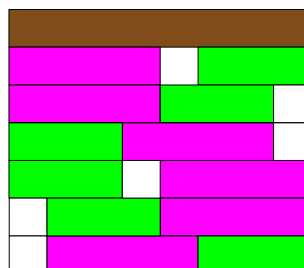
O material Cuisenaire pode portanto muito bem servir de base de investigação para adultos também. Mas voltemos agora ao trabalho com crianças.

Para facilitar a investigação proposta aos alunos de 1º ciclo, será preciso determinar mais algumas regras.

Blocos necessários	br	en	ve	ro	am	ve	pr	ca	az	la	tot
Tapete do 1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Tapete do 2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3
Tapete do 3	5	2	1	0	0	0	0	0	0	0	8
Tapete do 4	12	5	2	1	0	0	0	0	0	0	20
Tapete do 5	28										
Tapete do 6	64										
Tapete do 7											
Tapete do 8											
Tapete do 9											
Tapete do 10											

Tabela 2: Quantas régua precisamos?

Vamos partir duma observação no tapete do 8 por exemplo:



Os comboios $4 + 3 + 1$, $3 + 4 + 1$, $1 + 3 + 4$, $4 + 1 + 3$, $3 + 1 + 4$, $1 + 4 + 3$ têm sempre as mesmas carruagens, só que em ordem diferente.

Combinamos: consideramos estes comboios idênticos.

Agora podemos voltar a fazer tapetes e construir uma tabela:

Investigação.

Tapete do:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de comboios:	1	2	3	5	7	11	15	22	?	?

Tabela 3: Número de comboios não repetidos

Estes jogos e as representações que notamos fixarão os conceitos de associatividade da soma e introduzem também algumas noções sobre séries e as regras às quais obedecem. Com alunos mais velhos, poderá se estudar a descrição matemática duma série.

Entretanto vamos centrar a nossa acção sobre comboios e tapetes estruturadoras para a aprendizagem básica da aritmética.

Nos primeiros anos: preparação com os amigos

Definimos: tapetes do 1 até 10 com comboios diferentes com um máximo de 2 carruagens (ou de 2 réguas se assim preferir):






tapete do 1	tapete do 2	tapete do 3	tapete do 4	tapete do 5
				

Tabela 4: Os amigos dos números até 5

E podemos continuar:

tapete do 6	tapete do 7	tapete do 8	tapete do 9	tapete do 10
6 + 0	7 + 0	8 + 0	9 + 0	10 + 0
5 + 1	6 + 1	7 + 1	8 + 1	9 + 1
4 + 2	5 + 2	6 + 2	7 + 2	8 + 2
3 + 3	4 + 3	5 + 3	6 + 3	7 + 3
		4 + 4	5 + 4	6 + 4
				5 + 5

Tabela 5: Os amigos dos números de 6 até 10

Surge aqui uma pergunta: porque é que 2 e 3, 4 e 5, etc. têm o mesmo número de amigos?

Alguma observação levará à constatação que há dois grupos de tapetes: os que têm comboios com régua repetidas e os que não têm estas régua.

O que acontecerá se construirmos uma escada, em que cada degrau consiste em 2 régua repetidas? Fazemos um levantamento dos números que assim obtivemos e os que não aparecem. *Descobrimos os números pares e impares.*

Passamos o 10 e podemos continuar a construir tapetes (*ver tabela 6*)

E concerteza podemos voltar a fazer algumas observações tomando em conta o número de amigos que temos para cada um dos tapetes.

Os amigos dos números base (de 1 até 20) fixados, tornam-se um apoio poderoso à qualquer cálculo mental para a adição e a subtração. Para o efeito basta a decomposição simples num só

Investigação.

par de amigos e que a incógnita pode ser um dos dois amigos ou o número base.

Tapete do 11	Tapete do 12	tapete do 13	Tapete do 14	Tapete do 15
Tapete do 16	Tapete do 17	Tapete do 18	Tapete do 19	Tapete do 20

Tabela 6: Amigos dos números 11 até 20

Será importante estimular através de múltiplas propostas a forma como se pode definir problemas do tipo $a + b = x$, $a + x = b$, $x + a = b$, $a - b = x$, $a - x = b$, $x - a = b$ e ainda propostas em que se procura comparar dois pares de amigos dum número: $a + x = b + c$, etc. Para cada uma destas propostas o material Cuisenaire pode dar uma representação imediata.

Para estruturar o reagrupamento de unidades em dezenas, há vários materiais de apoio. O material mais barato, sem ser o corpo humano, é o material não estruturado, ou dito de outra forma, o material que estruturamos segundo as nossas próprias necessidades.

Mas, se só dispomos do material Cuisenaire, ou se optamos para não introduzir outro material (opção que pode não ser a mais correcta tomando em conto a diversidade de alunos com quem trabalhamos), este material também pode ajudar:

x unidades + y unidades = x unidades + x' unidades + y' unidades em que $x + x' = 1$ dezena e $x' + y'$ amigos de y.

Como já trabalhamos a conservação do número (trocar as mesmas régua entre elas no mesmo comboio, não altera o valor global ou tamanho deste mesmo comboio), torna esta descoberta extensível para números maiores, onde podemos primeiro “filtrar” as dezenas.

$$6 + 5 = 6 + 4 + 1$$

$$13 + 8 = 10 + 3 + 7 + 1$$

E para acabar esta parte sobre adição e subtracção : Partindo do princípio que $5 - 3 = x$ pode ser formulado como “Qual é o amigo do 5 que falta?”, podemos outra vez generalizar:



$$5 - 3 + 6 - 4 + 1 = 5 + 6 + 1 - 3 - 4$$

Com as régua formamos um comboio das somas em um outro comboio dos valores a tirar, e assim tornar-se-á fácil ler que 5 é o número que “falta” no segundo comboio.

Investigação.



Já agora: $5 + 2 - 8$ indica que falta juntar 1, mas ao comboio superior. Assim, para notar o resultado de operações em que a solução é um número negativo, propomos a notação do número negativo como:

$\overline{1}$

(o número que falta pôr tem que ser colocado no comboio superior.)

O número invisível 0



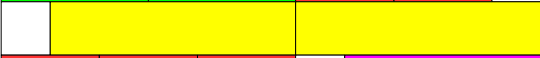



Já fomos confrontados com o 0 na notação dos amigos: Podemos considerar as réguas amigo de si próprio e escrevê-lo como a soma $x + 0 = x$

Subindo a dupla escada de números pares podemos deduzir que 0 tem características dum número par: decompõe-se em $0 + 0$

Mais exercícios lineares.

Utilizando as réguas linearmente, pode-se representar uma grande variedade de operações e de expressões numéricas, mesmo com multiplicações e fracções, desde que o calculo seja apresentada como uma forma abreviada da adição ou do seu inverso. (Não se pode esquecer que as operações básicas são todas derivadas da adição de números naturais)

De seguida apresento só alguns dos exercícios possíveis:

	$10 + 1$
	$(3 \times 2) + (2 \times 2) + 1$
	$1 + (5 \times 2)$
	$(2 \times 3) + 1 + 4$
	$3 + (4 \times 2)$
	$4 + 3 + (1 \times 2) + 2$

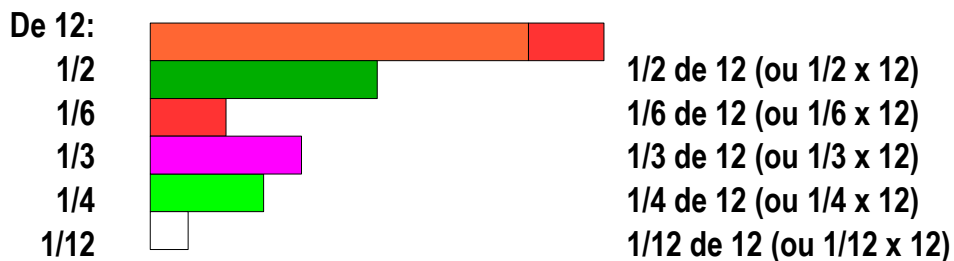
Aqui os parêntesis não são realmente necessárias, mas ajudam na leitura da expressão escrita.

Podem servir de base para outras propostas de trabalho:

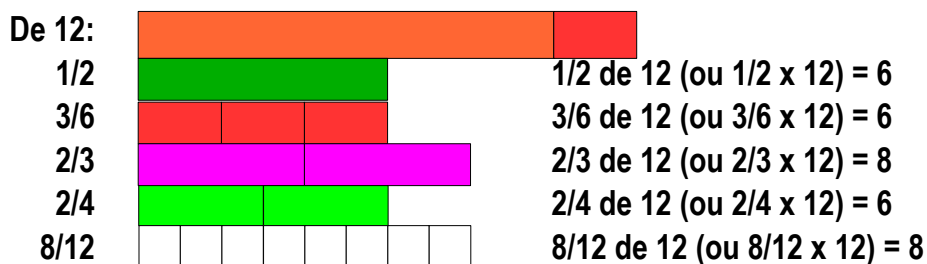
$(5 + 3) + ? = 12$	$(6 + 3) + (12 : 6)$	Junta o outro amigo:
$(4 + 2) + ? = 12$	$8 - 4) + (4 \times 4)$	$10 = 5 + ?$
$(3 \times 2) + ? = 12$	$20 : 4) + (4 \times 5)$	$12 = 8 + ?$
$(10 - 5) + ? = 13$	$5 - 4 + 2 + 7 - 8 + 17 - 9 =$	$8 = 3 + ?$
$(3 \times 3) + ? = 16$	$2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 + 2 + 4 =$	$7 = ? + 4$

Além destes exercícios ainda podemos apresentar os números fraccionários. São simplesmente carruagens de um comboio de cor única, em que contamos o número de régua de uma determinado cor (e portanto de um determinado conjunto de régua equivalentes):

Investigação.



Da mesma forma poderemos ler fracções não unitárias. O valor de um número de réguas de um conjunto definido é simplesmente a soma do valor das réguas consideradas:

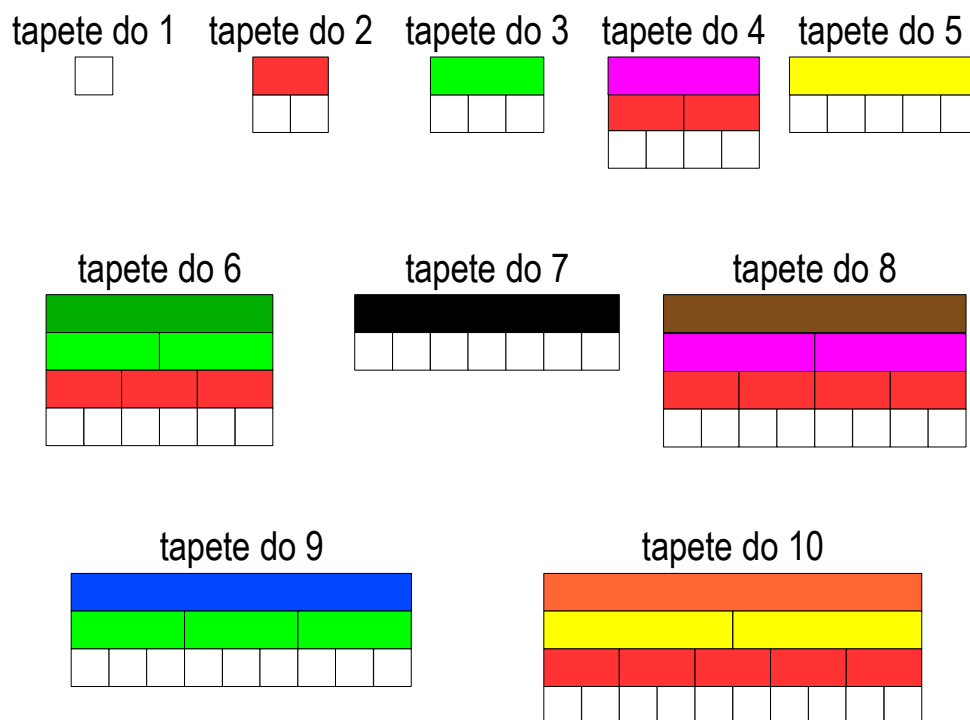


Comparando com outros comboios, poderá-se chegar a conclusão que a metade de um número é sempre igual a dois quartos de um número, que dois sextos é sempre igual a um terço, etc.

Famílias de números

Representação linear...

Vamos mudar as regras de decomposição. Fazemos tapetes em que cada comboio só tem carruagens da mesma cor:



Famílias de números

Alguma observação leva-nos a classificar os tapetes em grupos:

tapete do 1 do tipo: 1×1



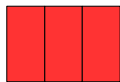
tapetes lineares, do tipo $X \times 1, 1 \times X$: 2, 3, 5, 7



tapetes quadrados, do tipo $X \times 1, 1 \times X, Y \times Y$: 4, 9



tapetes rectangulares, do tipo $X \times 1, 1 \times X, Y \times Z, Z \times Y$: 6, 8, 10



... no plano: primos, quadrados e rectângulos...

Podemos agora reagrupar as réguas dos comboios que obtivemos. Assim podemos fazer linhas, quadrados ou rectângulos. Além disso podemos constatar que dois rectângulos que saem do mesmo tapete, cobrem-se perfeitamente.

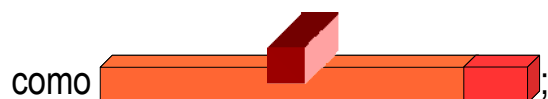
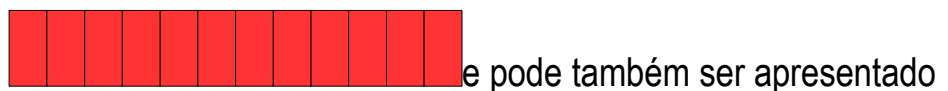
Desmontar o número 24

A partir dos comboios de uma só cor:

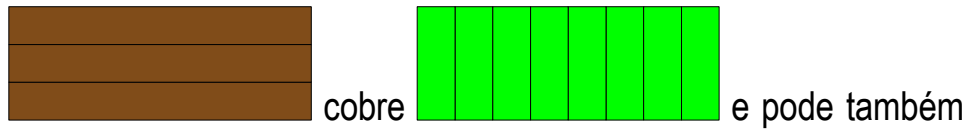


construímos tapetes de uma só cor, que se cobrem mutuamente.

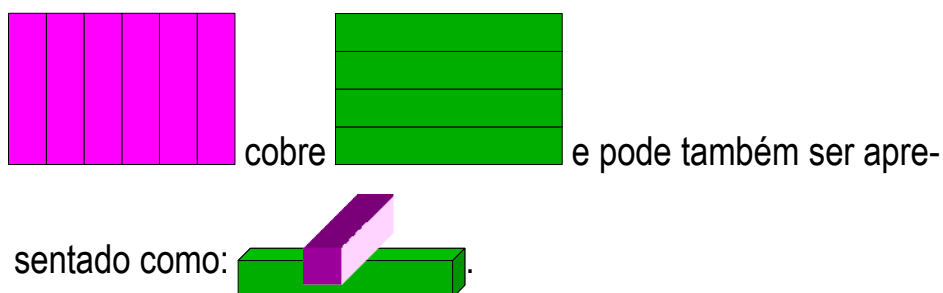
O comboio base 24 e o comboio de régua de 1 não formam tapete, mas simplesmente outro comboio. Continuamos no linear, não passamos para uma figura no plano. Lembramos que 1 é aquele número que “entra em todos”, divisor universal mas não primo, enquanto que o próprio 24 é divisor de si próprio, como é o caso para qualquer número, primo ou composto, que é sempre divisor de si próprio. Os outros divisores geram tapetes de uma só cor (uma régua por comboio), que poderão ser transferidos para a tabela de Pitágoras.



Famílias de números



ser apresentado como:  ;



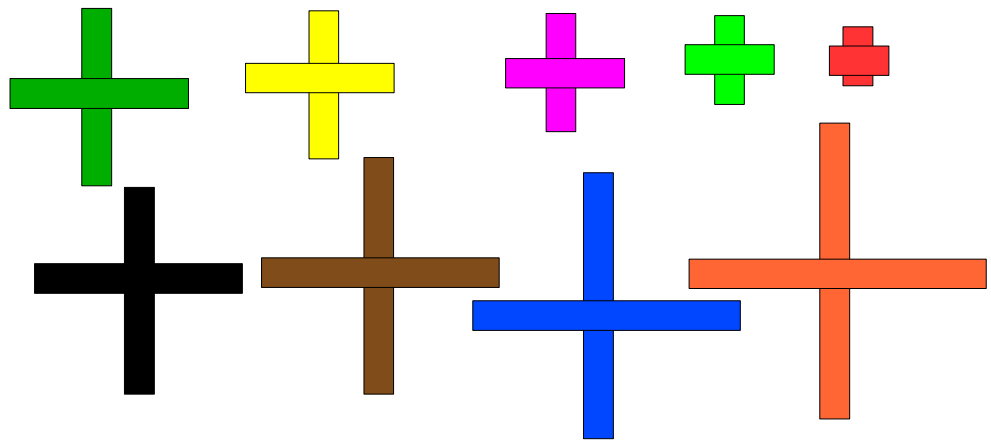
Esta descoberta leva-nos logo à pergunta:

— será que podemos pôr todos os números em rectângulo, em quadrado, ou será que há mais números que ficam pela forma linear, tornando-se assim primos dos números 2,3,5, e 7?

Esta caça aos primos pode ser feito a medida que se construa a tabela de Pitágoras, em que os números quadrados e rectangulares se tornam novamente visíveis. Mas é preciso ter algum cuidado: há números rectangulares que não aparecem na tabela de Pitágoras (12 x 2 ou 2 x 12 por exemplo), nem se podem construir com o material Cuisenaire, como 22 ou 39 por exemplo. O melhor é cruzar ainda com “a casa dos números”, antes de construir um crivo, na boa tradição de Eratóstenes.

Entretanto podemos experimentar os rectângulos e quadrados possíveis com as régua, sempre marcando os números que assim obtivemos.

Ao todo conseguimos 9 quadrados e muitos mais rectângulos (quantos?), representando números, alguns repetidos (quantos ao todo, quantos repetidos, quantas vezes repetido?)

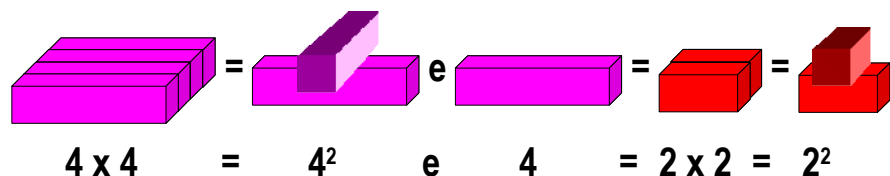


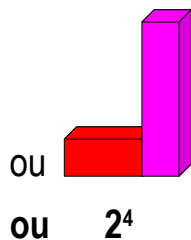
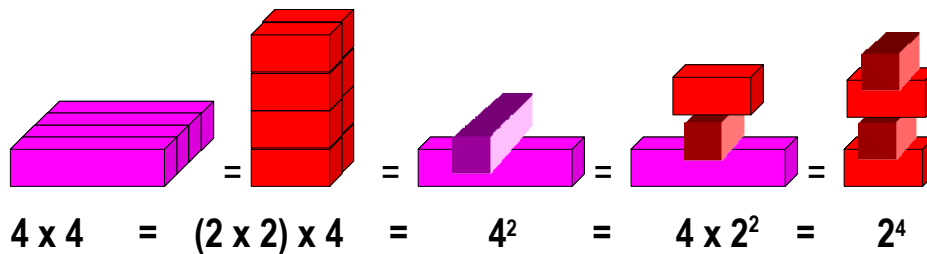
Os números quadrados, entretanto, são um pouco monótonos:

Mas podem-nos servir de ponto de partida para atingir o último patamar.

... e subir ao espaço. da multiplicação chegamos à potência

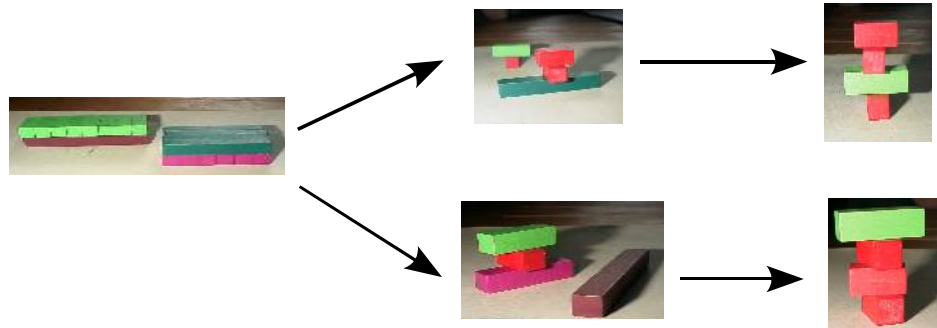
Podemos representar o nosso quadrado 16 como paralelepípedo:





Podemos fazer a mesma decomposição para qualquer número, seja ele rectangular, seja ele quadrado. Assim, representamos uma régua 2 cruzada pela régua 4: é o valor 8. Mas já descobrimos que 4 pode ser representado por 2 cruzado por 2. Assim, 8 é uma torre de 2 cruzado por 2 cruzado por 2. A torre tem 3 andares. Podemos escrever 2^3 e concluir que $8 = 2^3$. Alguma experimentação nos levará a descobrir quais são as torres que assim poderemos construir.

Com alguma investigação, poderemos decompor assim todos os números da tabela de Pitágoras nos seus factores primos. Utilizaremos outra vez 24 como exemplo:



Finalmente, é fácil verificar que todas as decomposições de um mesmo número dão torres com os mesmos números primos, que podem ser utilizados para voltar a construir o número passando pelo mesmo ou por outro divisor.

Também é fácil constatar que cada número dá uma torre diferente, e que para decompor os números da tabuada só precisamos de um número limitado de primos (quais são?)

Notas finais.

Decidi incluir alguns trechos de textos originais, que ilustram bem como o discurso dos anos 50, quando o material de Cuisenaire se tornou muito popular na Bélgica e em alguns outros países, não difere muito do actual.

A forma de dizer as coisas mudou um pouco, mas a dificuldade em convencer os professores em considerar os alunos como pessoas pensantes, que só precisam de material facilitador para discutir os seus pensamentos com o adulto, continua a ser a mesma.

Primeiro, não resisti em copiar estas indicações, dadas pela Conferencia Internacional da Instrução Pública em 1950, e dirigidas aos ministérios dos países participantes:

La Conférence.

Considérant, d'une part, que l'initiation mathématique constitue l'un des aspects essentiels et universels de la formation de l'esprit d'objectivité et de rigueur,

Que, d'autre part, l'activité spontanée et la libre vérification réclamée particulièrement par l'initiation mathématique comportent une

valeur formative intellectuelle et morale dont devraient s'inspirer les autres disciplines,

Considérant enfin que l'enseignement des mathématiques, l'un des plus difficiles, peut actuellement utiliser les résultats de nombreuses recherches psychologiques et pédagogiques propres à le faciliter,

Soumet aux Ministères de l'instruction publique des différents pays les recommandations suivantes :

1. Que l'initiation mathématique soit adaptée, étape par étape, aux opérations intellectuelles caractéristiques des différents stades du développement de l'enfant et utilise en retour toutes les ressources que ces opérations comportent;
2. Que l'école maternelle déjà fournisse à l'enfant l'occasion de découvrir, grâce à un ensemble d'actions effectives et personnelles, les relations élémentaires (inclusion, ordre, correspondance, etc.) constitutives du nombre et de l'espace;
3. Que l'initiation aux opérations arithmétiques, durant les premières années primaires, soit toujours fondée sur des actions préalables, permettant à l'enfant de redécouvrir pour son compte le mécanisme de ces opérations par la manipulation d'objets concrets et en fonction de questions qu'il aura été conduit à se poser selon ses intérêts spontanés;
4. Que, parallèlement à cette construction des rapports numériques, soit organisée une série graduée d'activités portant sur les formes, les relations et les mesures spatiales élémentaires, de manière à assurer la correspondance entre les opérations arithmétiques et les opérations géométriques;
5. Que, en connexion avec cette initiation aux opérations par

l'action, un soin particulier soit porté à l'élaboration des relations qualitative et logique, tout problème comportant nécessairement une structure logique et des données numériques, il importe qu'avant l'introduction de ces dernières on obtienne une compréhension aussi complète que possible de cette structure qualitative;

6. Que, dans la suite, les problèmes portant sur des notions nouvelles (telles que le temps, la vitesse, etc.) ne soient respectivement abordés qu'après de nouveaux exercices comportant chaque fois les mêmes activités concrètes ainsi que le même effort de structuration logique;
7. Que le recours à l'activité de l'enfant et à ses capacités d'intention s'accompagne d'un appel croissant à la vérification, de manière que l'acquisition de chaque nouveau système d'opérations ou de relations marque un progrès dans la rigueur des raisonnements;
8. Qu'une attention particulière soit accordée à l'expression verbale des opérations et à l'emploi d'un vocabulaire correct, correspondant à chaque niveau considéré;
9. Que des exercices destinés à assurer l'acquisition des mécanismes du calcul, notamment du calcul oral, interviennent seulement après que l'enfant aura compris le sens des opérations en jeu et la nécessité de cette mécanisation;
10. Que les méthodes de travail par équipes soient utilisées, notamment pour renforcer l'intérêt des élèves et pour développer leurs capacités de contrôle mutuel;
11. Que les maîtres cherchent systématiquement, à l'aide de procédés psychologiques variés, à dépister les points faibles de leurs élèves déceler les causes de ces insuffisances et à y re-

médier par des moyens adaptés à chaque cas individuel;

12. Que l'enseignement mathématique soit le plus possible coordonné avec les autres enseignements, que les exercices et problèmes proposés aux élèves soient vraisemblables, tirés de la vie pratique et autant que possible en rapport avec le milieu dans lequel vit l'enfant;
13. Que les établissements chargés de la formation des maîtres soient invités à s'inspirer des principes ci-dessus définis afin de préparer les instituteurs à les mettre en pratique.

Este segundo trecho é da mão do próprio Cuisenaire que, para explicar o significado do seu material, escreve em "Initiation à la méthode des Nombres en couleurs":

"Le procédé des nombres en couleurs, associe voir à faire, à calculer, à vérifier, à comprendre."

1^e Voir

- a) Couleurs associées par la parenté des multiples (familles) entre les nombres (association des yeux au travail de l'intelligence).
- b) Dimensions rapportées à une mesure métrique qui permet l'intervention active des yeux et des mains en associant des perceptions simultanées.
- c) Association des couleurs et des dimensions (intervention de tous les sens et de l'activité intellectuelle en excitant la pensée calculatrice - Éducation de La perception stéréo-gnostique (rapports des longueurs) qui résulte d'une association de divers modes de sensibilité).

Cette classification facilite l'identification, les groupements des familles et les rapports des nombres et en rend la fixation aisée, précise, durable. Elle achemine vers La perception mentale (voir sans les yeux).

2^e Faire

Satisfaction du besoin d'agir par la réalisation spontanée de combinaisons nombreuses librement inventées par l'enfant, basées sur les rapports et les groupements des nombres. Ces combinaisons amènent de multiples formations et décompositions suscitées par des tâtonnements et des vérifications.

3^e Calculer

Par le maniement de ses réglettes, l'enfant éprouve le besoin de réaliser des calculs nouveaux pour satisfaire son appétit de La découverte. Ses nombreux exercices provoquent rapidement l'automatisation et la mécanisation qui conduisent à la fixation.

4^e Vérifier

C'est le stade important de l'expérimentation. Le jeune autodidacte se développe inconsciemment grâce à de multiples expériences constituées par des tâtonnements provoquant des erreurs heureusement rectifiées par l'enfant lui-même, au fur et à mesure qu'elles se produisent.

5^e Comprendre

Voir et faire, calculer, vérifier, facilitent la compréhension en excitant l'imagination et la pensée calculatrice. Voir et faire 'suscitent des mécanismes' et déclenchent l'automatisme.

Ainsi le procédé des nombres en couleurs :

1. Remplace chaque enfant dans les conditions du commencement et oblige chacun à reconstruire l'arithmétique pour son propre compte au rythme des possibilités variables et très inégales de chaque être en croissance.
2. Crée des images visuelles, musculaires et tactiles, nettes et précises, durables.
3. Rend le calcul sensoriel attrayant, vivant et fait gagner du temps, tout en simplifiant la tâche du maître.
4. Garde l'acquisition globale et pure du nombre représenté par chaque réglette au cours des nombreuses formations et décompositions inventées et vérifiées à l'aide de schèmes immuables, fidèles, associés entre eux.
5. Amène progressivement l'enfant vers l'abstraction en l'habituant à voir mentalement d'innombrables fois.
6. Réunit en une seule activité mentale les 3 aspects du processus mental (intérieurisation, réversibilité, associativité) qui conduit à la notion du nombre permettant à l'enfant de transformer librement ses propres images du nombre à la compréhension des opérations.
7. Par la matérialisation de sa pensée calculatrice, matérialisation traduite par ses manipulations nombreuses avec l'intervention active de tous ses sens qui associent constructivement les couleurs et les dimensions, l'enfant est conduit sans contrainte à l'objectivité et à une adaptation plus exacte de tout son psychisme; développe l'esprit d'analyse de l'enfant par la réalisation de calculs tirés de sa propre expérience.
8. Jette le pont entre les acquisitions faites au cours des exercices d'observation et la systématisation indispensable.

Escolhi esta observação de Natalis, em “Didactique et Psychologie - Matériel de calcul”; Le Moniteur, Revue pédagogique des instituteurs et institutrices primaires belges, nº 7, 1954:110), porque mostra bem como a utilização do material e a montagem de um cenário pedagógico baseado na pedagogia activa vão de mãos dadas.

A l'origine de l'idée qui conduisit Cuisenaire à l'invention de son remarquable matériel, il y a une conviction, il y a une foi: cette conviction, c'est une confiance sans bornes dans les possibilités d'auto-éducation de l'enfant, possibilités qui découlent de la richesse du dynamisme mental de cet âge. Seuls les éducateurs maladroits ou prétentieux croient encore devoir s'immiscer dans le déroulement du processus intellectuel qui conduit l'enfant de la connaissance subjective du monde à la notion objective du nombre. Imposer à de jeunes esprits une conception du nombre conforme à celle de l'adulte, c'est provoquer un drame intérieur, qui ne se résoudra qu'en dehors de l'école et à l'insu des maîtres, lorsque l'enfant fera de lui-même ses propres expériences sur le monde extérieur, où il découvre peu à peu les relations entre les quantités.

On a reproché au matériel Cuisenaire de hâter trop le passage du plan de l'action au plan de la pensée. Ce reproche est aussi puéril que celui qui consisterait à accuser du même défaut un manuel de calcul. Ni le manuel ni le matériel ne reflètent l'activité d'une classe vivante: ils ne sont que des instruments de travail. Les meilleurs peuvent encourir le reproche de méconnaître le

Notas finais.

principe même de l'école active. L'art didactique a encore son mot à dire: Cuisenaire est le premier à mettre en garde les instituteurs contre toute négligence à cet égard. Son matériel ne relève pas de la magie mais de la psychologie!

O autor

Pascal Paulus nasceu em Oostende (Bélgica) e formou-se como professor de ensino primário em 1977. Trabalhou, na sua terra natal, com crianças e adultos até 1986, quando se estabeleceu em Portugal. Desde então tem alternado a sua intervenção na escola do 1º ciclo com a formação de professores e a participação em projectos de desenvolvimento local.

Pertence, desde 2005, ao quadro de escola da Escola Básica Amélia Vieira Luís, na Outurela.